

Le Développement

Rappels

1 - Définition d'un polynôme

On appelle **monôme** une expression algébrique ne comportant qu'un seul terme : $3a$

On appelle **binôme** une expression algébrique comportant deux termes : $3a + b$

On appelle **trinôme** une expression algébrique comportant trois termes : $3x + 2y + 7$

On appelle **polynôme** une expression formée uniquement de produits et de sommes de constantes et d'indéterminées, habituellement notées a, b, c ou bien x, y, z ou encore n, m, p, \dots

$3a + 5b - c$ ou $(2x + 3y) \times 4z$ ou $(2n + p)(3m - 2r)$ sont tous des **polynômes**

2 - Multiplication d'un polynôme par un nombre

2.1 - Multiplication d'un polynôme somme par un nombre

Règle : Multiplier un polynôme par un nombre revient à multiplier chaque terme du polynôme par le nombre

$$3(a + b) = 3a + 3b$$

On exprime aussi ce concept en disant que la multiplication est distributive sur l'addition

Cette opération est aussi appelée **développement d'un polynôme**.

En fait, les inconnues sont utilisées comme quantités diverse. Elles peuvent représenter des longueurs, des poids, des secondes.... des légumes....

Ainsi :

Supposons que vous connaissiez les quantités de légumes qu'il vous faut pour faire une soupe pour une personne : par exemple trois pommes de terre et une carotte.

Combien de pommes de terre et de carottes vous faudra-t-il pour réaliser la soupe pour quatre personnes ?

Intuitivement, vous ferez la multiplication de trois pommes de terre et d'une carotte par quatre et vous demanderez douze pommes de terre et quatre carottes

En fait, vous avez appliqué, de manière intuitive, un développement du polynôme : $3a + b$ où « a » représente la pomme de terre et « b » la carotte.

Et vous avez fait le développement : $4(3a + b) = 12a + 4b$

Exercices d'application

Développez les polynômes suivants :

$$4(a + b) = \quad 5(2a + b) = \quad 3(a + 4) = \quad 7(5 + 3b) =$$

2.2 - Rappel de la Règle des signes

De manière générale, nous savons que :

$$2 \times -3 = -6$$

$$-2 \times 3 = -6$$

$$2 \times 3 = +6$$

$$-2 \times -3 = +6$$

Ce que nous avons coutume de représenter par le tableau simpliste :

+	x	+	=	+
-	x	+	=	-
+	x	-	=	-
-	x	-	=	+

2.3 – Multiplication d'un polynôme différence par un nombre

Règle : Multiplier un polynôme « différence » par un nombre revient à multiplier chaque terme du polynôme par le nombre en tenant compte de la règle des signes.

Ainsi :

$$3(a - b) = 3a - 3b$$

En effet, le produit du nombre **3** avec le nombre relatif **-b** donne **-3b**

On exprime aussi ce concept en disant que la multiplication est distributive sur la soustraction

ATTENTION !

$$-3(a + b) = -3a - 3b$$

Le produit du nombre relatif **-3** avec les nombres **a** et **b** donne **-3a** et **-3b**

Exercices d'application

Développez les polynômes suivants :

$$\begin{array}{llll} 7(a - b) = & 3(2a - b) = & 2(-a + 4) = & 4(3 - 5b) = \\ -2(a + 2b) = & -3(2a - b) = & -5(3a - 2b) = & -4(-2a - b) = \end{array}$$

3 - Multiplication d'un polynôme par un polynôme

3.1 – Multiplication de deux polynômes « somme »

Règle : Multiplier un polynôme par un autre polynôme revient à multiplier chaque terme du premier polynôme par chacun des termes du second polynôme.


$$(3 + b)(a + 2) = 3(a + 2) + b(a + 2)$$

$$(3 + b)(a + 2) = 3a + 6 + ab + 2b$$

Exercices d'application

Développez les polynômes suivants :

$$\begin{array}{llll} (7 + b)(a + 3) = & (b + 3)(2a + 3) = & (2a + 5)(4 + 2b) = & \\ (2a + 5)(3 + 5b) = & (3 + 4b)(2 + a) = & (5a + 5)(3 + 2b) = & - \end{array}$$

3.1 – Multiplication de deux polynômes quelconques

L'exercice porte ici sur la nécessité de respecter la règle des signes

$$(3 - b)(a + 2) = 3(a + 2) - b(a + 2)$$


Le signe – devant b se retrouve dans le second terme du développement en produit avec le polynôme (a + 2).

Ce développement devient donc :

$$(3 - b)(a + 2) = 3a + 6 - ab - 2b$$

Exercices d'application

Développez les polynômes suivants :

$$\begin{aligned}(4 + b)(a - 3) &= & (b - 3)(2a + 3) &= & (2a - 3)(4 + 2b) &= \\(2a - 7)(3 + 2b) &= & (3 - 7b)(2 - a) &= & (3a + 5)(3 - 2b) &= \end{aligned}$$

Corrigé des Exercices d'application sur les développements

Développez les polynômes suivants :

$$\begin{aligned}4(a + b) &= & \mathbf{4a + 4a} & & 5(2a + b) &= & \mathbf{10a + 5b} \\3(a + 4) &= & \mathbf{3a + 12} & & 7(5 + 3b) &= & \mathbf{35 + 21b}\end{aligned}$$

Développez les polynômes suivants :

$$\begin{aligned}7(a - b) &= & \mathbf{7a - 7b} & & 3(2a - b) &= & \mathbf{6a - 3b} & & 2(-a + 4) &= & \mathbf{-8a + 8} \\4(3 - 5b) &= & \mathbf{12 - 20b} & & -2(a + 2b) &= & \mathbf{-2a - 4b} & & -3(2a - b) &= & \mathbf{-6a + 3b} \\-5(3a - 2b) &= & \mathbf{-15a + 10b} & & -4(-2a - b) &= & \mathbf{8a + 4b}\end{aligned}$$

Développez les polynômes suivants :

$$\begin{aligned}(7 + b)(a + 3) &= & \mathbf{7a + 21 + ab + 3b} \\(b + 3)(2a + 3) &= & \mathbf{2ab + 3b + 6a + 9} \\(2a + 5)(4 + 2b) &= & \mathbf{8a + 4ab + 20 + 10b} \\(2a + 5)(3 + 5b) &= & \mathbf{6a + 10ab + 15 + 25b} \\(3 + 4b)(2 + a) &= & \mathbf{6 + 3a + 8b + 4ab} \\(5a + 5)(3 + 2b) &= & \mathbf{15a + 10ab + 10b + 15}\end{aligned}$$

Développez les polynômes suivants :

$$\begin{aligned}(4 + b)(a - 3) &= & \mathbf{4a - 12 + ab - 3b} \\(b - 3)(2a + 3) &= & \mathbf{2ab + 3b - 6a - 9} \\(2a - 3)(4 + 2b) &= & \mathbf{8a + 4ab - 12 - 6b} \\(2a - 7)(3 + 2b) &= & \mathbf{6a + 4ab - 21 - 14b} \\(3 - 7b)(2 - a) &= & \mathbf{6 - 3a - 14b + 7ab} \\(3a + 5)(3 - 2b) &= & \mathbf{9a - 6ab + 15 - 10b}\end{aligned}$$