# Développement et identités remarquables

## 1 – Développement de polynômes

Règle : Développer un produit de polynômes revient à exprimer ce produit de polynômes en un polynôme de termes premiers en respectant la règle des signes.

$$\begin{aligned}(a-2)(3+b) &= a(3+b)-2(3+b)\\ &= (3a+ab)-(6+2b)\\ &= 3a+ab-6-2b\end{aligned}$$

## 2 – Méthode de développement de plusieurs polynômes

Règle : Pour développer plusieurs polynômes par développements successifs :

1) On développe les deux premiers polynômes
2) Puis on développe le polynôme obtenu avec le troisième….
3) On range par ordre décroissant de puissances les termes du polynôme ainsi obtenu

Exemple

$$\begin{aligned}(a-2)(3+b)(b-4) &= [a(3+b)-2(3+b)](b-4)\\ &= (3a+ab-6-2b)(b-4)\\ &= 3ab+ab^2-6b-2b^2-12a-4ab+24+8b\\ &= ab^2-2b^2-ab-12a+2b+24\end{aligned}$$

## Exercices d'application sur les développements

Développez les expressions suivantes :

| | | |
|---|---|---|
| $3(a+4)=$ | $5(x-3)=$ | $-2(n+p)=$ |
| $2n(3-x)=$ | $-7(a+2b)=$ | $(a+2c)(3)=$ |
| $(a+4)(2-a)=$ | $(5a-2)(a+3)=$ | $(a-7)(2a-3)=$ |
| $(a-3b)(a+2b)=$ | $(2a-3)(5-3a)=$ | |
| $(a+b)(a+b)=$ | $5(2a+3b)(a-b)=$ | $(2a-3b)(a+4)(3-2b)=$ |

## 6 – Identités remarquables

Remarque : Trois développements de polynômes particuliers sont appelés identités remarquables.
Il s'agit de : $( a + b )( a + b )$, de $( a - b )( a - b )$ et de $(a + b)(a - b)$ dont les résultats sont les suivants

$$\boxed{\begin{array}{lcl} (a+b)^2 & = & a^2 + 2ab + b^2 \\ (a-b)^2 & = & a^2 - 2ab + b^2 \\ (a+b)(a-b) & = & a^2 - b^2 \end{array}}$$

### Exercices d'application sur les identités

Développez les expressions suivantes :

$( 2a + 4)^2 =$ $( 5x - 7)^2 =$ $( -2n +3p )^2 =$

$(2n - x)^2 =$ $(-7 a + 2b)^2 =$ $(3a + 2c)^2 =$

$(a + 4)(a - 4) =$ $(5a - 2)(5a + 2)=$ $(a + 7)(a + 7)=$

$(a + 2b)(a - 2b)=$ $(2a - 3b)(2a + 3b)=$ $(2a - 3)(3 + 2a)=$

$(3a + 5b)(3a + 5b)=$ $(a - 2b)(a - 2b)=$

$(a + b)^2 - (a - b)^2 =$

## Corrigé des Exercices d'application sur les développements

Développez les expressions suivantes :

| | | |
|---|---|---|
| $3(a+4) =$ | $\mathbf{3a + 12}$ | |
| $5(x-3) =$ | $\mathbf{5x - 15}$ | |
| $-2(n+p) =$ | $\mathbf{-2n - 2p}$ | |
| $2n(3-x) =$ | $\mathbf{6n - 2nx}$ | |
| $-7(a+2b) =$ | $\mathbf{-7a - 14b}$ | |
| $(a+2c)(3) =$ | $\mathbf{3a + 6c}$ | |
| $(a+4)(2-a) =$ | $2a - a^2 + 8 - 4a =$ | $\mathbf{-a^2 - 2a + 8}$ |
| $(5a-2)(a+3)=$ | $5a^2 + 15a - 2a - 6=$ | $\mathbf{5a^2 + 13a - 6}$ |
| $(a-7)(2a-3)=$ | $2a^2 - 3a - 14a + 21=$ | $\mathbf{2a^2 - 17a + 21}$ |
| $(a-3b)(a+2b)=$ | $a^2 + 2ab - 3ab - 6b^2=$ | $\mathbf{a^2 - ab - 6b^2}$ |
| $(2a-3)(5-3a)=$ | $10a - 6a^2 - 15 + 9a=$ | $\mathbf{-6a^2 + 19a - 15}$ |
| $(a+b)(a+b)=$ | $a^2 + ab + ab + b^2=$ | $\mathbf{a^2 + 2ab + b^2}$ |
| $5(2a+3b)(a-b)=$ | $5(2a^2 - 2ab + 3ab - 3b^2)=$ | |
| | $5(2a^2 + ab - 3b^2)=$ | $\mathbf{10a^2 + 5ab - 15b^2}$ |

*On pouvait aussi développer de la manière suivante:*

| | | |
|---|---|---|
| $5(2a+3b)(a-b)=$ | $(10a + 15b)(a-b))=$ | |
| | $10a^2 - 10ab + 15ab - 15b^2=$ | $\mathbf{10a^2 + 5ab - 18b^2}$ |

<u>On obtient bien sûr le même résultat</u>

$(2a-3b)(a+4)(3-2b)=$ $(2a^2 + 8a - 3ab - 12b)(3-2b)=$

$6a^2 - 4a^2b + 24a - 16ab - 9ab + 6ab^2 - 36b + 24b^2 =$

$\mathbf{6a^2 + 24b^2 - 4a^2b + 6ab^2 - 25ab + 24a - 36b}$

## Exercices d'application sur les identités

Développez les expressions suivantes :

| | |
|---|---|
| $(2a+4)^2 =$ | $\mathbf{4a^2 + 16a + 16}$ |
| $(5x-7)^2 =$ | $\mathbf{25x^2 - 70x + 49}$ |
| $(-2n+3p)^2 =$ | $\mathbf{4n^2 - 12np + 9p^2}$ |
| $(2n-x)^2 =$ | $\mathbf{4n^2 - 4nx + x^2}$ |
| $(-7a+2b)^2 =$ | $\mathbf{49a^2 - 28ab + 4b^2}$ |
| $(3a+2c)^2 =$ | $\mathbf{9a^2 + 12ac + 4c^2}$ |

$(a + 4)(a - 4) =$ **$a^2 - 8a + 16$**

$(5a - 2)(5a + 2)=$ **$25a^2 - 20a + 4$**

$(a + 7)(a + 7)=$ **$a^2 + 14a + 49$**

$(a + 2b)(a - 2b)=$ **$a^2 - 4ab + 4b^2$**

$(2a - 3b)(2a + 3b)=$ **$4a^2 - 12ab + 9b^2$**

$(2a - 3)(3 + 2a)=$ **$4a^2 - 12a + 9$**

$(3a + 5b)(3a + 5b)=$ **$9a^2 - 25b^2$**

$(a - 2b)(a - 2b)=$ **$a^2 - 4ab + 4b^2$**

$(a + b)^2 - (a - b)^2 =$ $(a^2 + 2ab + b^2) - (a^2 - 2ab + b^2)$

$a^2 + 2ab + b^2 - a^2 + 2ab - b^2=$ **$4ab$**