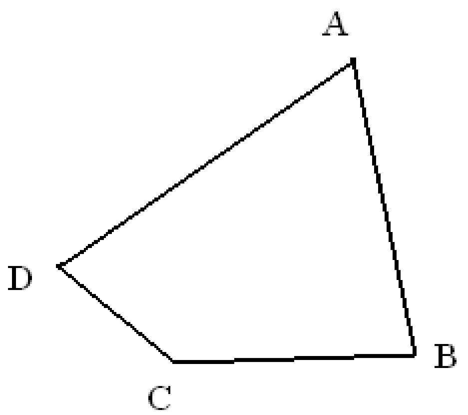
LES FIGURES GÉOMÉTRIQUES COMPLEXES

I - Quelques définitions générales

Les quadrilatères

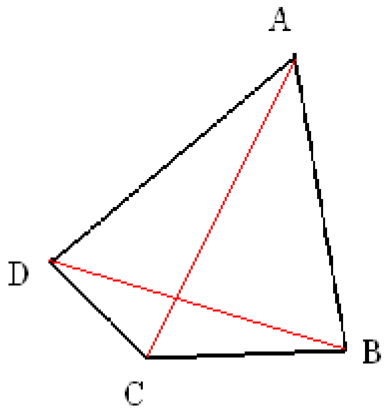


Définition:

Un quadrilatère est une figure géométrique à quatre cotés.
De manière générale on représente un quadrilatère quelconque, comme le montre la figure à coté, avec quatre cotés et quatre angles qui n'ont aucune particularité ni aucun point commun entre eux.

Il existe cependant des quadrilatères particuliers : le parallélogramme, le trapèze et le losange.

Diagonales d'un quadrilatère

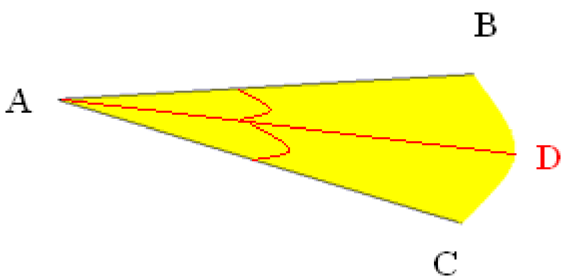


Définition:

Les diagonales d'un quadrilatère sont les deux segments qui joignent les sommets opposés entre eux.

AC et **BD** sont les **diagonales** du quadrilatère ABCD

Bissectrices d'un angle



Définition:

La bissectrice d'un angle est la demi-droite qui divise cet angle en deux angles égaux.

On écrit : Angle **ABD =** Angle **DAC**

$$\widehat{\mathbf{ABD}} = \widehat{\mathbf{DAC}}$$

II – Les quadrilatères particuliers

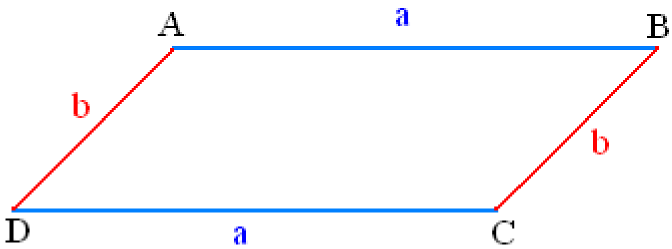
Le parallélogramme

Définition:

Un parallélogramme est une figure géométrique à quatre cotés égaux et parallèles deux à deux.

Sur notre figure ci-jointe, nous avons

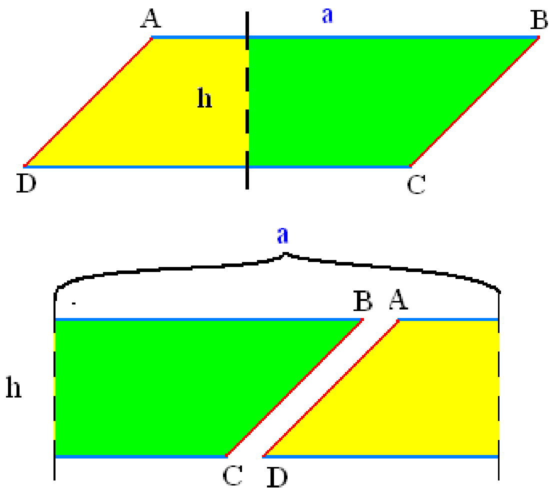
AB = DC **AB // DC**
AD = BC **AD // BC**



Le Périmètre du parallélogramme:

Le périmètre est la longueur : **P = 2a + 2b**

La Surface du parallélogramme:



La surface du parallélogramme se trouve par construction.

Prenons un parallélogramme ABCD.
Traçons une perpendiculaire à AB qui coupe les deux cotés AB et DC. On l'appellera hauteur du parallélogramme et l'écrirons : « h »
Puis plaçons la partie jaune de l'autre coté de BC.

Nous obtenons un rectangle de base « a » et de coté h, hauteur du parallélogramme

La surface du parallélogramme est : **S = a x h**

Le trapèze

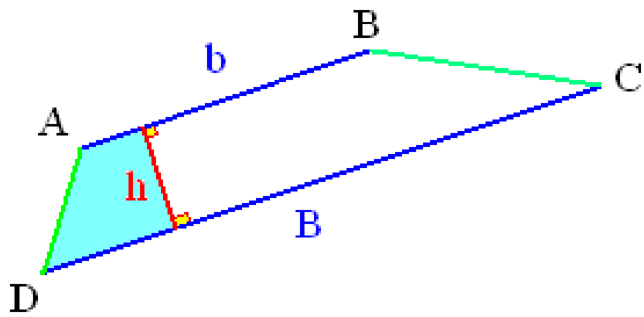
Définition:

Un trapèze est une figure géométrique à quatre cotés dont deux sont parallèles entre eux.

Sur notre figure ci-jointe, nous avons

AB // DC

DC est appelée **grande base** du trapèze
AB est appelée **petite base** du trapèze



Le Périmètre du trapèze:

Le périmètre est la somme des longueurs des quatre cotés :

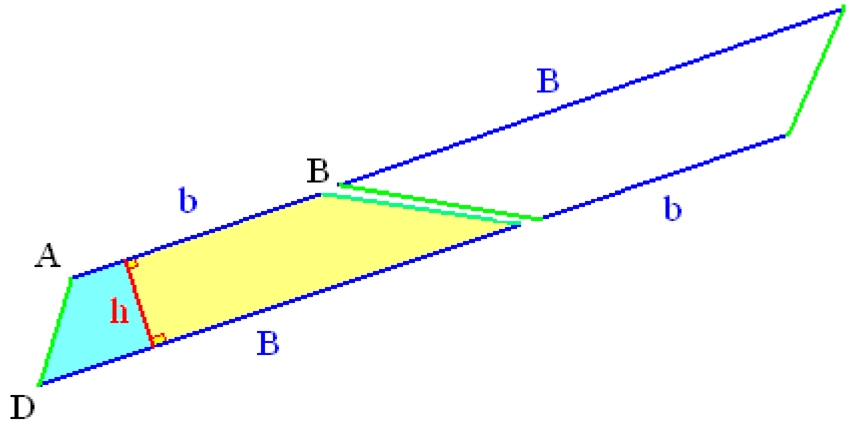
$$P = AB + AD + DC + CB$$

La Surface du trapèze:

Là encore la surface du trapèze se trouve par construction.

Prenons le trapèze ABCD. Prenons un second trapèze identique et ajoutons côte à côte de manière inversée.

Nous obtenons un parallélogramme de coté « B + b » et de hauteur « h ».



On sait que la surface du parallélogramme ainsi obtenu est : **S = (b + B) x h**
On sait par construction que la surface du trapèze est la moitié de celle du parallélogramme.

La surface du trapèze est donc : $$S = \frac{(b + B) \times h}{2}$$

Définition

La surface du trapèze est égale à la moitié du produit de la somme des bases par la hauteur du trapèze.

Le Losange

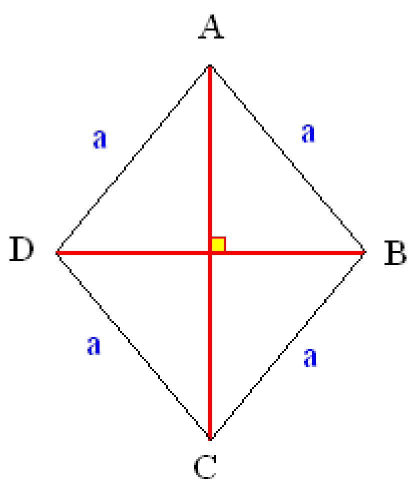
Définition:

Un **losange** est une figure géométrique à quatre cotés égaux entre eux et parallèles entre eux.

Sur notre figure ci-jointe, nous avons :

AB = DC = AD = BC
AB // DC
AD // BC

Remarquons que les diagonales AC et DB se coupent perpendiculairement en leur milieu.
Cette caractéristique est en elle-même une preuve qu'un quadrilatère est un losange.



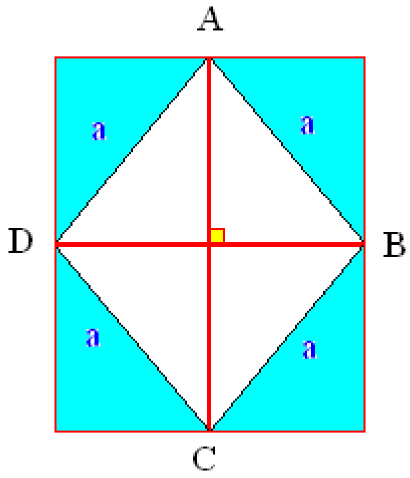
Le Périmètre du losange:

Le périmètre est la longueur : **P = 4a**

La Surface du losange:

Surface:

Retrouvons sur la figure du losange que nous avions au-dessus.



Si nous regardons les triangles formés avec les diagonales, et que nous leur associons leur double, nous obtenons un rectangle de longueur la 1ère diagonale et de largeur la 2nde diagonale.

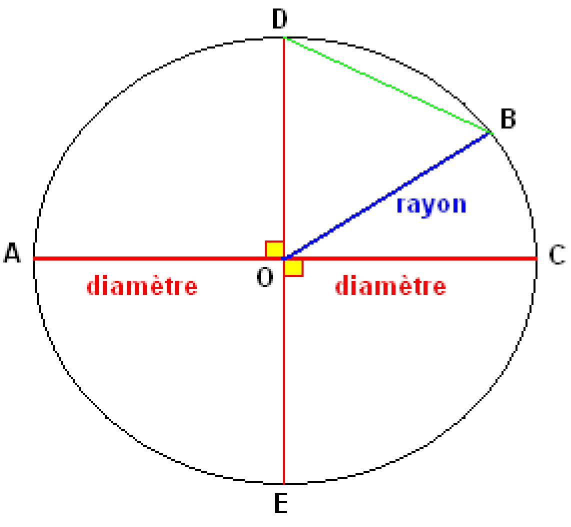
On peut donc en déduire la surface du losange est :

$$A_{tri} = \frac{(1^{\text{ère}} \text{ diagonale} \times 2^{\text{nde}} \text{ diagonale})}{2}$$

III – Le Cercle

Définition :

Un cercle est une ligne géométrique fermée dont tous les points sont à une égale distance du centre **O**.



Cette distance est appelée **rayon : r**

Le diamètre est le segment de droite qui partage le cercle en deux demi cercles égaux. Sa longueur est deux fois celle du rayon. **d = 2 r**

Le segment BD qui relie deux points du cercle est appelé **une corde.**
La portion de cercle qui relie deux points BD est appelé **un arc**

Le nombre pi est connu depuis l'antiquité en tant que rapport constant entre la circonférence du cercle et son diamètre.

Il s'écrit : $\prod$

Vers 1650 av.JC, les **Egyptiens** donnaient comme valeur de Pi (16/9) qui vaut environ 3,16, **en Chine vers 1200 av.JC,** ce rapport constant avait pour valeur 3, dans la bible, on retrouve ce nombre avec cette même valeur **vers 550 av.JC**, et **en Grèce**, **en 250 av.JC** , **Archimède** donne l'encadrement 223/71 < pi < 22/7.

De manière générale, **de nos jours,** on prend comme valeur de **Pi = 3,1416.**

<u>Le Périmètre du cercle:</u>

La « longueur du cercle » est appelée <u>circonférence.</u>

La circonférence du cercle est égale au produit du diamètre du cercle avec le nombre Pi :

Circonférence = 2 ∏ r

<u>La Surface du cercle:</u>

La surface du cercle, appelée aussi Aire du cercle, est également définie à partir de Pi : elle est obtenue par le produit de ce nombre Pi avec le carré du rayon :

Aire = ∏ r²

Exercices d'application sur les figures géométriques complexes

Problèmes :

- I -

Un champ a la forme d'un parallélogramme dont les cotés mesurent respectivement 800 ms et 500 ms. Sa hauteur est de 200 ms.
Quel est la longueur du périmètre de ca champ ?
Quelle est la superficie de ce champ ?

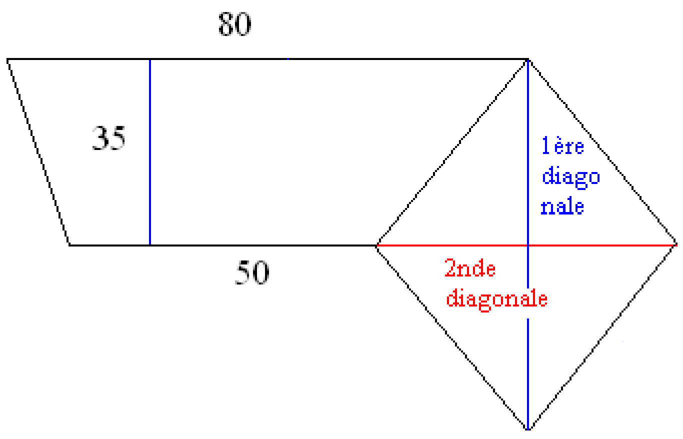
- II -

Un décor est constitué d'un plan incliné de forme trapézoïdale.
La petite base du décor fait 3m, la grande base du décor fait 6m sa hauteur de 5m.
Quelle est la surface du décor ?

- III -

Une maison a la forme d'un trapèze auquel on aurait adjoint un losange.
Si l'on sait que le grand coté du trapèze mesure 80m, que le petit coté mesure 50m, que la profondeur de la maison est égale à la hauteur du trapèze soit 35m, et si l'on sait que la 1ère diagonale est égale à deux fois la hauteur du trapèze alors que la 2nde diagonale est égale à la petite base du trapèze.

Quelle est la superficie de cette maison ?

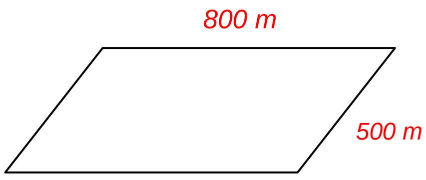


- IV -

Une piste d'atterrissage d'hélicoptère a une forme circulaire.
Son diamètre est de 50m.
Quelle est sa circonférence ?
Quelle en est sa superficie ?
(On prendra comme valeur : ∏ = 3,14)

Problèmes :

Un champ a la forme d'un parallélogramme dont les cotés mesurent respectivement 800 ms et 500 ms. Sa hauteur est de 200 ms.
Quel est la longueur du périmètre de ca champ ?
Quelle est la superficie de ce champ ?



Nous savons que le périmètre d'un parallélogramme *est*
P = 2(800 + 500)
On en déduit que la clôture devra mesurer :
2 (1300 ms) = 2600 ms = ***2,6 kms***

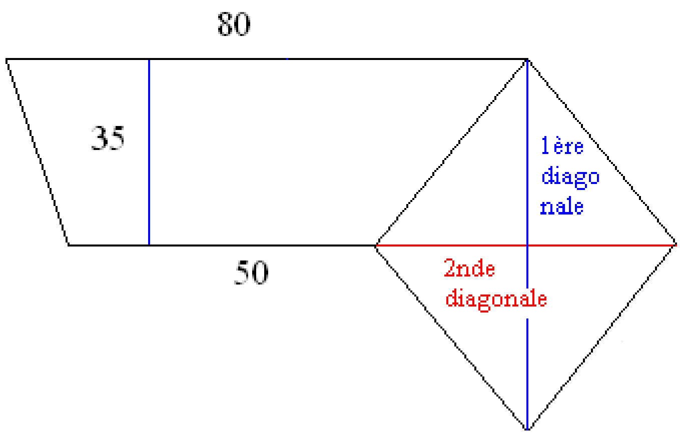
La superficie du champ est donneé par la formule :
A = base x hauteur
Soit 800 x 200 = ***160 000 m² = 16 hectares***

Un décor est constitué d'un plan incliné de forme trapézoïdale.
La petite base du décor fait 3m, la grande base du décor fait 6m sa hauteur de 5m.
Quelle est la surface du décor ?

La surface du décor est obtenu en appliquant la formule :
A = (b + B) x h / 2
Soit (6 + 3) x 3 / 2 = ***9 m²***

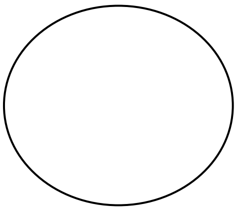
Une maison a la forme d'un trapèze auquel on aurait adjoint un losange.
Si l'on sait que le grand coté du trapèze mesure 80m, que le petit coté mesure 50m, que la profondeur de la maison est égale à la hauteur du trapèze soit 35m, et si l'on sait que la 1ère diagonale est égale à deux fois la hauteur du trapèze alors que la 2nde diagonale est égale à la petite base du trapèze.

Quelle est la superficie de cette maison ?



La superficie sera obtenue en additionnant la superficie du trapèze et celle du losange adjacent.
L'aire du trapèze est égale à : A_1 = ((80+50) x 35) / 2 = 2275 m²
L'aire du losange est : A_2 = (1ère diag x 2nde diag) / 2
A_2 = (2x35) x (50) / 2 = 1750 m²
La superficie de la maison est donc :
A = $A_1 + A_{2\ 3}$ = 2275 + 1750
A = 4025 m²

Une piste d'atterrissage d'hélicoptère a une forme circulaire.
Son diamètre est de 50m.
Quelle est sa circonférence ?
Quelle en est sa superficie ?
(On prendra comme valeur : ∏ = 3,14)



La circonférence *de la* piste d'atterrissage *est obtenue en appliquant la formule :*

Circonf = diamètre x ∏

Soit 50 x 3,14 = ***157 m***

L'Aire de la piste d'atterrissage *est obtenue en appliquant la formule :*

Aire = ∏ x r²

Or on sait que le rayon vaut la moitié du diamètre

Donc on a :

Aire = ∏ x 25² = ***1962,50 m²***